

	UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS	
	FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN	
	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS	
	NÚCLEO PROBLEMÁTICO/TEMÁTICO: Problemas y Pensamiento Matemático Avanzado	
	NOMBRE DEL ESPACIO DE FORMACIÓN: Matemática del Movimiento III	
CÓDIGO: 4654	PERIODO ACADÉMICO: 2016-3	NUMERO DE CRÉDITOS: 3
TIPO DE ESPACIO ACADÉMICO: OBLIGATORIO <input checked="" type="checkbox"/> (X) ELECTIVO <input type="checkbox"/> ()		NUMERO DE HORAS: TRABAJO DIRECTO: 4 TRABAJO MEDIADO: 0 TRABAJO AUTÓNOMO: 5
JUSTIFICACIÓN		
<p>Aristóteles estudió el movimiento de los cuerpos buscando establecer las causas reales, generando una descripción cualitativa del movimiento como fenómenos de variación, y por ello no generó procedimientos para cuantificar el movimiento. Por su parte, Arquímedes estudió algunos temas de geometría, centrandó su atención en el cálculo de áreas bajo curvas geométricas como los círculos, las parábolas y las elipses, empleando propiedades conocidas; como consecuencia, se originaron descripciones cuantitativas del área de curvas, que pueden ser interpretadas como fenómenos de cambio si se concibe un punto móvil que cambia de dirección continuamente generando tales curvas.</p> <p>Posteriormente, Galileo continuó estudiando los fenómenos de variación desde el movimiento de los cuerpos, pero a partir de las relaciones que se establecen entre las distancias y los tiempos de caída de los cuerpos, por lo que se preocupa por cuantificar las causas del movimiento e introduce las relaciones funcionales entre las variables con las que se identifican el estado del movimiento en diferentes momentos de la trayectoria.</p> <p>Los estudios y métodos de Newton llevaron a calcular la evolución de los sistemas de movimiento a partir de unas condiciones iniciales. Adicionalmente, Leibniz estudió sumas y diferencias infinitas de números en un contexto discreto y luego las extrapólo a contextos continuos. Así, al considerar la variable x, la diferencia para valores sucesivos es dx, una cantidad despreciable o infinitesimal y la suma de tales diferencias la denota como $\int dx$, para obtener la variable completa x. De esta forma, Leibniz obtiene la noción de diferencial e integral como procesos inversos e interrelacionados.</p>		
PROPÓSITOS DE FORMACIÓN		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Establecer estrategias específicas y generales para la resolución de problemas del movimiento asociados al proceso inverso a la derivación como herramientas útiles para la solución de otros problemas, de modo que el concepto surja en medio de un contexto y no quede como un concepto abstracto del cálculo. 2. Construir el concepto de integral a partir de la resolución de problemas del movimiento para contextualizarlo en situaciones específicas. 3. Establecer representaciones, procesos, estrategias, técnicas y tecnologías útiles para la resolución de problemas del movimiento enlazados con los conceptos de razón de cambio y la integral. 4. Emplear razonamiento inverso como mecanismo para determinar soluciones de problemas en los que interviene la integral y validar conjeturas sobre propiedades de este objeto matemático. 		

PREGUNTAS ORIENTADORAS

1. Qué contextos y situaciones admiten el planteamiento de problemas en los que intervienen la razón de cambio y la integral.
2. Qué contextos y problemas permiten construir el concepto de integral a partir de los conocimientos los previos de los estudiantes de octavo semestre de la LEBEM y facilitan su interpolación a situaciones en otros contextos.
3. Qué estrategias, representaciones, argumentos y razonamientos emplean los estudiantes de octavo semestre de la LEBEM en la resolución de problemas del movimiento.

EJES TEMÁTICOS

La historia muestra la estrecha relación entre integral y a derivada a partir de la cuantificación y evolución del movimiento, desde la interpolación de hechos discretos a hecho continuos como una estrategia para estudiar tal relación y la resolución de problemas del movimiento. El estudio de esta importante relación para la resolución de problemas del movimiento constituye no sólo una justificación del espacio académico sino un lineamiento para su desarrollo, determinando además los siguientes ejes temáticos:

1. **Sumas de Riemann.** El objetivo es resolver problemas de integración definida mediante aproximaciones por sumas de Riemann, de modo que se haga énfasis en el significado del área bajo la curva en el contexto de una situación problema y las propiedades que se interpolan a los contextos continuos. Puede partirse de situaciones en las que la velocidad de un móvil varía durante su trayectoria con el objetivo de establecer una relación entre el área de un rectángulo bajo la curva de la función velocidad con el desplazamiento del móvil en un intervalo de tiempo.
2. **Integrales de funciones.** Constituye un método analítico de solución de problemas de movimiento en los que surge la necesidad de establecer una función de la cual se obtuvo una razón instantánea de cambio dada. Por ejemplo establecer la función de posición a partir de la función de velocidad y aceleración, la función de población de una región a partir de la función de tasa de crecimiento, entre otras situaciones. Finalmente, se busca establecer un vínculo entre este tipo de problemas con los problema de integración definida como estrategia para la realización de sumas infinitas.
3. **Otras aplicaciones de la Integral.** Hasta este momento se han resuelto problemas en diferentes contextos, dando origen a la relación entre la integral y la derivada como procesos inversos, sin embargo la intención es interpolar tal noción a otros contextos físicos, económicos y geométricos para reflexionar sobre el uso y la interpretación que tiene tal noción.
4. **Técnicas de integración.** Si bien, algunos mecanismos para calcular la integral como proceso inverso a la derivación ya se establecido en la resolución de los problemas, se percibe la necesidad de establecer otros medios para identificar la integral de otros tipos de funciones, como las funciones compuestas, el producto y el cociente de funciones integral, por lo que por lo que el objetivo es estudiar los algoritmos básicos de la integración como la sustitución y por partes en el mismo contexto de la resolución de problemas matemáticos para atarlos a aquellas situaciones que los originan.
5. **Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.** La intención de modelar situaciones y principios físicos que dan origen ecuaciones diferenciales lineales de primer orden, para ampliar la relación entre la integral y la derivada, así como la aplicación de sus propiedades para la resolución de problemas.

Es de aclarar que estas temáticas no se abordan estrictamente en este orden, sino que se tratan en la medida que aparezcan en medio de la resolución de los problemas, de hecho, algunas de ellas pueden no considerarse por esta misma dinámica, o otras no planteadas, pueden surgir durante el estudio de un problema.

METODOLOGÍA

(Descripción de la metodología de acuerdo a las modalidades de trabajo contenidas en la normatividad de la universidad: 1. Créditos académicos: trabajo directo, mediado y autónomo; 2. Competencias a desarrollar)

En la resolución de problemas, se busca que el estudiante adopte una actitud de resolutor a partir de una situación problema y genere conjeturas, generalizaciones y cuestionamientos, y adquirir habilidades de lectura y escritura del lenguaje matemático. Además se espera que en el proceso de socialización con los compañeros y el profesor, el estudiante-resolutor pueda cuestionar y generar preguntas respecto a las representaciones, razonamientos, procesos y resultados, de manera que las nociones, estrategias, interpretaciones y técnicas tomen significado. Con esto, en el proceso de solución del problema y en la socialización de las formas de abordarlo, cobran significado los conceptos matemáticos que permiten resolver ciertos problemas y establecer relaciones con otras nociones, estrategias y representaciones.

El papel del profesor es el de ayudar al estudiante-resolutor a conformar su propio moderador interno. En este sentido, el profesor no resuelve el problemas, en cambio lo complejiza, contextualiza y orienta teniendo en cuenta las elaboraciones de los estudiantes. Siendo este el rol del profesor, entre sus funciones se encuentra el diseño, implementación y evaluación de situaciones problema para que el estudiante construya el significado de integral definida e indefinida, así como algunas representaciones gráficas y analíticas de las situaciones que les permita avanzar en la construcción de estrategias pertinentes para la resolución de estos tipos de problemas.

Las situaciones problemas pueden provenir de encontrar la distancia recorrida por un móvil cuando se conoce una función de velocidad o su representación gráfica; conocer la función de población cuando se conoce la función de tasa de crecimiento de la población; la identificación de la cantidad de agua que sale o que queda en un tanque cuando se conoce el ritmo al que sale el agua.

Durante la resolución de los problemas de este tipo, los estudiantes suelen considerar dos caminos: el primero en el que establecen que en este problema ya se da la razón instantánea del cambio, es decir ya se realizó una derivada, y la incógnita es la función que se derivó; por este razonamiento, se establece un camino analítico para revertir el proceso de derivación. El segundo, consiste en considerar la fórmula de distancia como $d=v \cdot t$; sin embargo, en el inicio no son conscientes de que tal fórmula es válida sólo cuando la velocidad es constante, mientras que en la situación no necesariamente lo es, sin embargo, consideran una salida al problema, considerando que la velocidad es constante en ciertos intervalos y calcula una aproximación a la distancia recorrida. Finalmente, durante la socialización de la resolución de los problemas se relacionan las estrategia y razonamientos obteniendo que si F es antiderivada de la función de velocidad, entonces

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f_i(x) \Delta_i = \int_a^b f(x) dx$$

Establecida esta relación, lo que se busca es resolver problemas en otros contextos, para ampliar el significado y representaciones de la antiderivada.

Como ejemplos de problemas del espacio de formación se presentan: realizar una proyección de la población bogotana para el año 2015, considerando el histórico de la tasa de natalidad, mortalidad, migración e inmigración de la ciudad. Dar solución al problema del calentamiento del agua de un hotel cuando se han tomado datos sobre el ritmo del consumo en ciertos periodos de tiempo. Establecer la fuerza que realiza el pistón de un motor al realizar su movimiento.

La actividad de los estudiantes se desarrolla en dos momentos: la actividad de aula, en la que se aprovecha la asistencia de los estudiantes y profesores a común espacio común para proponer soluciones a problemas, discutir las soluciones propuestas por otros estudiantes y hacer consensos sobre la validez de ciertos razonamientos, estrategias y representaciones; la actividad independiente, en la que el estudiante continúa la reflexión realizada durante la actividad de aula, proponiendo soluciones a problemas propuestos por el profesor.

EVALUACIÓN

(Seguimiento evaluativo en relación con las competencias y modalidades de trabajo contenidas en la normatividad de la universidad)

Con la evaluación se busca dar cuenta del avance de los estudiantes en cuanto a:

- Aplica la noción de integral en la resolución de problemas del movimiento en los que vincula.
- Emplea propiedades de la integral para justificar sus argumentos sobre la solución de problema del movimiento.
- Obtiene información útil para la resolución de problemas del movimiento de representación analítica y gráfica de una función o de su derivada.
- Reconoce estrategias generales y específicas pertinentes para la resolución de problemas del movimiento en los que se vincula la integral
- Modela situaciones del movimiento en las que intervienen los conceptos de la integral y la derivada.

Los instrumentos con los que se busca dar cuenta de los anteriores aspectos son:

- Dos pruebas escritas y un examen final. Como criterios de evaluación para cada prueba escrita se plantean:

Parcial I

- o Interpretación del significado del área bajo la curva en una situación problema.
- o Interpretación de la antiderivada en ciertas situaciones para la resolución de problemas.
- o Interpretación de la integral definida y su relación con las nociones de desplazamiento, distancia y posición.

Parcial II

- o Uso de las técnicas de integración para la resolución de problemas en las que interviene la integral de funciones compuestas, cocientes y productos.
 - o Identificación de la noción de integral en diferentes situaciones físicas como trabajo, fuerza, momentum, presión de líquidos, volumen de sólidos, entre otros.
- Dos proyectos grupales: Cada proyecto busca que los estudiantes articulen diferentes conceptos, estrategias y representaciones objeto de estudio del espacio académico, para resolver un problema un poco más amplio que los propuestos en la clase. El primer proyecto está dirigido a la resolución de un problema asociado directamente con la integral, mientras que el segundo se encuentra dirigido a solución de un problema relacionado con ecuaciones diferenciales. Los criterios de evaluación para cada uno de estos proyectos son:
 - o Producción de un texto propio para el desarrollo de un informe.
 - o Estrategias para el modelamiento de la situación
 - o Aplicación de diferentes representaciones de los datos de la situación para inferir nuevos datos o soluciones.
 - o Uso técnicas y tecnologías empleadas para solucionar y justificar la solución del problema.
 - Quices, Trabajos en clase y extraclase. Los criterios de evaluación de cada uno de estos trabajos y quices es específica de cada actividad, por lo que no se especifican en este documento.

La valoración de cada uno de estos instrumentos de evaluación se muestra en la siguiente tabla:

Tipo de prueba	Porcentaje	Fecha
Parcial I	20%	Septiembre 13 – 17
Parcial II	20%	Noviembre 15 – 19
Examen final	20%	Nov 29 – Dic 03
Proyecto I	15%	Sep 20 – 24
Proyecto II	15%	Nov 22 – 26
Trabajos, Quices	10%	Durante el Semestre

BIBLIOGRAFÍA, HEMEROGRAFIA, CIBERGRAFIA GENERAL Y/O ESPECIFICA:

Bibliografía principal

- **Stewart, J.** (2000). *Cálculo en una Variable*. Editorial Thomson.
- **Spivack, M.** (1992). *Cálculus* (2. ed.). Editorial Reverté.

Bibliografía Secundaria

Apostol, T. (1974), *Cálculo*, 2 Vols., (2 ed.). Reverté, Barcelona.